Recepción del original: 29/06/2021. Aceptación: 05/05/2023.

Medición de los parámetros de un transformador y el análisis de la relación entre la saturación del núcleo y la forma de onda de la corriente de magnetización

Measurement of the Parameters of a Transformer and the Analysis of the Relationship between Core Saturation and the Waveform of the Magnetizing Current

ALEJANDRO DANIEL BLASCO, JUAN DOMINICI Y GERARDO GARCÍA

Facultad de Ingeniería del Ejército "General de División Manuel Nicolás Savio", Universidad de la Defensa Nacional (UNDEF), Argentina carlosbronzini@fie.undef.edu.ar

Resumen

En el marco del proyecto de Sistemas de Energía Sustentable que se lleva a cabo en la Facultad de Ingeniería del Ejército, a través del PIDDEF 28/16⁹⁴ y del UNDEFI 254/2020,⁹⁵ se ha desarrollado un equipo inversor que entrega tensión sinusoidal

⁹⁴ PIDDEF 28/2016 (Programa de Investigación y Desarrollo para la Defensa): "Convertidor DR-AC militarizado compacto para el empleo en rango térmico de operaciones antárticas o de alta montaña", impulsado por la Subsecretaría de Investigación, Desarrollo y Producción del Ministerio de Defensa.

⁹⁵ UNDEFI 254/2020, Resolución N° 105/2021: proyecto de investigación UNDEFI (Programa de Acreditación y Financiamiento de Proyectos de Investigación), impulsado por la Universidad de la Defensa Nacional.

de 220Vrms, 50c/s, a partir de las baterías que el sistema usa para almacenar la energía generada. Para mantener la salida constante, independientemente de la carga aplicada, fue necesario desarrollar un lazo de control realimentado y, consecuentemente, la obtención del modelo de la planta a controlar. Un elemento central en este modelo es el transformador de potencia que eleva la tensión a los 220Vrms requeridos en la salida. En este trabajo se desarrollarán los pasos necesarios para obtener los parámetros que configuran el modelo de dicho transformador, se presentarán los valores obtenidos, y se analizará la información que se puede obtener a partir de la forma de onda de la corriente de magnetización.

Datos técnicos del transformador

La unidad a estudiar es el transformador toroidal mostrado en la Figura 1, que tiene las siguientes características técnicas:

- Tensión nominal de primario: 12,6Vrms
- Tensión nominal de secundario: 220Vrms
- Corriente nominal de secundario: 1,81Arms
- Potencia nominal: 400VA



Figura 1

transformador analizado.

Modelo empleado

En la Figura 2 se muestra el esquema eléctrico del modelo empleado en este trabajo. Sus componentes son:

- R1, resistencia del cobre del bobinado primario.
- R2, resistencia del cobre del bobinado secundario.
- L1, inductancia debida a la variación de flujo disperso del bobinado primario.
- L2, inductancia debida a la variación de flujo disperso del bobinado secundario.
- Rp, resistencia que representa las pérdidas en el hierro por histéresis y por corrientes de Foucault (*eddy currents*, en inglés).
- Lm, inductancia de magnetización, responsable de establecer el campo en el núcleo magnético.
- Una fuente de tensión alterna "e", cuyo valor depende de la tensión u3 y de la relación de transformación n.
- Una fuente de corriente "i" cuyo valor depende de la corriente secundaria I_2 y de la relación de transformación n.



Esquema eléctrico del modelo de transformador.

La corriente de entrada I_1 se divide en tres partes: una que se deriva por Rp, denominada "corriente de pérdidas I_p ", que es la que genera, junto a R1 y R2, el calentamiento del transformador; otra que se deriva por Lm, denominada "corriente

de magnetización I_m ", responsable de generar el campo magnético, y la tercera, producida por el generador de corriente, que simboliza la corriente que toma el secundario para alimentar a la carga.

Para determinar los valores numéricos haremos tres ensayos: el primero es la medición directa, con miliohmímetro, de las resistencias R1 y R2 de los bobinados y el cálculo de la relación de transformación n. El segundo ensayo es el denominado "de cortocircuito", que nos permitirá encontrar el valor de la inductancia total debida al flujo de dispersión y, finalmente, el tercer ensayo es el "de vacío", con el que encontraremos el valor de Rp y de Lm.



Mesa de ensayo.

Resistencia de bobinados y relación de transformación

Con un miliohmímetro medimos la resistencia del bobinado primario y secundario. El resultado obtenido es

R1 = 0.0153 ohm R2 = 2,11 ohm La relación de transformación se calculó conectando un *va*- *riac* 0-250V al secundario del transformador, llevando la tensión a 220Vrms, y midiendo, en esa situación, la tensión rms de la entrada. Con estos datos, hacemos

$$n = \frac{V_{entrada}}{V_{salida}} = \frac{12,6V_{rms}}{220,0V_{rms}} = 0,0573$$

Ensayo en cortocircuito

Este ensayo se realiza cortocircuitando la salida del transformador y haciendo circular por ella su corriente nominal. Sabiendo que esta es de *I*2nom=1,81Arms y que la relación de transformación es n=0,0573, podemos calcular la corriente nominal de entrada como

$$I1_{nom} = \frac{I2_{nom}}{n} = \frac{1,81A_{rms}}{0,0573} = 31,6A_{rms}$$

Es decir que se deberá proveer a la unidad bajo prueba una corriente de 31,6Arms. Como esa corriente tendrá que ser entregada por un autotransformador variable (*variac*) y el que disponemos, si bien es de 1500W, admite solo 6Arms, utilizaremos un transformador auxiliar, de características de tensiones y corrientes similares al que estamos ensayando, conectando su devanado de 220Vrms a la salida del autotransformador, y tomando como salida la tensión entregada por el primario (ver Figura 4). De esta manera, disponemos de un equivalente de autotransformador con alta corriente de salida, una sensibilidad mucho mejor para ajustar la tensión, ya que para variar de 0 a 12,6Vrms la salida, debo rotar al autotransformador desde 0 a 220Vrms, es decir, prácticamente todo su rango de giro, y, además, debido a la presencia del nuevo transformador, se

obtiene aislamiento galvánico de la línea.

Este ensayo se realiza, como veremos, calculando la potencia reactiva. Para ello, se requiere de un wattímetro con capacidad para manejar más de 30 Arms, del cual tampoco disponemos, por lo que se reemplazó por un voltímetro, un amperímetro y un osciloscopio con punta de corriente, que nos permitirá medir el ángulo de fase entre la tensión y la corriente, y así calcular el factor de potencia y, consecuentemente, la potencia. El cortocircuito del secundario se realiza conectando el amperímetro A2 entre ambos bornes de salida. El esquema final de medición se muestra en la Figura 4.



Conexión para ensayo en cortocircuito.

La medición se lleva a cabo partiendo desde cero con el variac y elevando lentamente la tensión V_1 (ver Figura 4) hasta llegar a la corriente nominal del secundario en el amperímetro A2. Llegado a este punto, registramos los valores indicados por el amperímetro A1 y el voltímetro V1, y medimos en el osciloscopio el defasaje entre tensión y corriente. Sabiendo que el período de la señal, en este caso 20ms, ya que la señal es de 50 c/s, corresponde a un ángulo de 360°, el tiempo de corrimiento entre V_1 e I_1 nos permite calcular el ángulo entre ellas, pudiendo entonces conocer el factor de potencia $\cos(\varphi)$.

El circuito equivalente del transformador con la salida en cortocircuito es el mostrado en la figura 5, donde

$$n = \frac{N_1}{N_2}$$

es la relación de transformación, y donde llamaremos Z2 a la impedancia formada por R2 en serie con L2.



Circuito equivalente para ensayo en cortocircuito.

Primero, consideremos solo el secundario. Observando el circuito equivalente, vemos que la corriente I_2 vale

$$I_{2} = \frac{e}{Z_{2}} = \frac{\frac{u_{3}}{n}}{Z_{2}} = \frac{u_{3}}{n \cdot Z_{2}}$$

Resulta ser, entonces, $I_2 = \frac{u_3}{n \ Z_2}$. Esta ecuación corresponde al circuito de la Figura 6:

Figura 6



Si ahora analizamos el primario y calculamos el valor de i en la condición de secundario en cortocircuito, verificamos que es

$$\mathbf{i} = \frac{I_2}{n} = \frac{\frac{u_3}{n \cdot Z_2}}{n} = \frac{u_3}{n^2 \cdot Z_2}$$

Es decir que en esta condición es

$$\mathbf{i} = \frac{u_3}{n^2 \cdot Z_2}$$

Si observamos el circuito de la Figura 5, vemos que el generador de corriente i está conectado entre la tensión u_3 y el retorno. Por otro lado, la expresión de

$$\mathbf{i} = \frac{u_3}{n^2 \cdot Z_2}$$

corresponde a la de una impedancia de valor $n^2 \cdot Z_2$, conectada a una diferencia de potencial de valor u_3 , por lo que, para esta condición de cortocircuito, podemos retirar del circuito el generador j y colocar en su lugar, es decir, entre extremos de u_3 , la impedancia de valor $n^2 \cdot Z_2$, ya que obtendríamos el mismo valor de corriente j . La Figura 7 muestra el primario del circuito equivalente con esta modificación. Recordemos que Z2 es la impedancia formada por R2 en serie con L2.



Circuito equivalente del primario para ensayo en cortocircuito.

Al medir, verificaremos que el valor de V1 resulta sumamente bajo (0,646Vrms) en relación a los 12,6Vrms nominales. En esta condición, al ser tan baja la tensión de entrada, las corrientes de pérdidas I_p y de magnetización I_m se tornan despreciables, por lo que podemos eliminar del circuito equivalente la resistencia de pérdidas R_p y la inductancia de magnetización L_m , quedando el circuito de ensayo, para la condición de cortocircuito, como lo muestra la Figura 8.



Figura 8

Circuito equivalente del primario para ensayo en cortocircuito.

Debido a la baja potencia de entrada (del orden de los 20W de potencia activa), no se disponía de un wattímetro con buena discriminación en ese rango, por lo que se midió mediante un voltímetro, un amperímetro y un osciloscopio para el defasaje entre V e I. Los valores medidos de tensión y corrientes fueron:

V1 = 0,646 Vrms; A1 = 33,0 Arms; A2 = 1,805 Arms



Figura 9

V1= 0.646 Vrms A1= 33.0 Arms A2= 1.805 Arms

Valores medidos de V1, A1 y A2 para el ensayo en cortocircuito.

El valor del defasaje V1:A1 fue de $\Delta t = 200 \,\mu s$



Valor del defasaje V1:A1.

Un $\Delta t = 200 \,\mu s$ significa un ángulo de

$$\varphi = \frac{\Delta t \cdot 360^{\circ}}{Periodo} = \frac{0.2ms \cdot 360^{\circ}}{20ms} = 3.6^{\circ}$$
, o sea que es,

$$\cos(\varphi) = 0.9980 \text{ y } sen(\varphi) = 0.0628$$

Podemos verificar que tensión y corriente están prácticamente en fase, lo que indica que el circuito es prácticamente resistivo. La única manera de que esto suceda es que el conjunto de las inductancias de dispersión tenga valores muy bajos, propios de un transformador toroidal. Para hallar su valor, partimos de la potencia reactiva tomada por el circuito en estas condiciones. Como la única causa de esta potencia reactiva, tal como muestra la Figura 8, es la presencia de 1 y $n^2 \cdot L_2$, conociendo la corriente I_1 y dicha potencia reactiva podremos obtener el valor de la suma de $L_1 + n^2 \cdot L_2$, en efecto, sabiendo que es

Potencia reactiva = $Q_1 = I_1^2 \cdot X_L = I_1^2 \cdot 2\pi \cdot f \cdot (L_1 + n^2 \cdot L_2)$

deberá ser
$$L_1 + n^2 \cdot L_2 = \frac{Q_1}{I_1^2 \cdot 2\pi \cdot f}$$

y como es

 $Q_1 = I_1 V_1 \cdot sen(\varphi) = 33A_{rms} \cdot 0,646V_{rms} \cdot 0,0628 = 1,34VAr$

resulta

$$L_1 + n^2 \cdot L_2 = \frac{1,34}{33^2 \cdot 2\pi \cdot 50c/s} = 3,92 \cdot 10^{-6} Hy = 3,92 \,\mu Hy$$

$$L_1 + n^2 \cdot L_2 = 3,92\,\mu Hy$$

Este resultado era totalmente esperable, ya que el transformador en ensayo es del tipo toroidal, y sabemos que en este tipo de transformador el flujo disperso es sumamente bajo.

Como a R1 y a R2 las hemos medido en forma directa con un miliohmímetro, el valor obtenido es sumamente confiable. Esto nos es útil para verificar la medición recién realizada pues, como nuevamente nos muestra la Figura 8, la única causa posible de presencia de potencia activa en ese circuito es debido a la suma de $R_1 + n^2 \cdot R_2$, valor que podemos calcular, y que es de

$$R_1 + n^2 \cdot R_2 = 0.0153\Omega + 0.0573^2 \cdot 2.11\Omega = 0.0222\Omega = 22.2m\Omega$$

Por otra parte, sabemos que la potencia activa es

$$P_1 = I_1 V_1 \cdot \cos(\varphi) = 33A_{rms} \cdot 0,646V_{rms} \cdot 0,9980 = 21,27W$$

y que

$$P_1 = I_1^2 \cdot (R_1 + n^2 \cdot R_2)$$

Por lo tanto, resulta

$$(R_1 + n^2 \cdot R_2) = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{21,27W}{33^2 A_{rms}^2} = 0,0195\Omega = 19,5m\Omega$$

Si comparamos los $2,22m\Omega$ medidos con miliohmímetro con los $19,5m\Omega$ calculados mediante la potencia activa, verificamos que ambos valores son razonablemente cercanos.

Ensayo en vacío

Como la corriente del primario, cuando el transformador está en vacío, es decir, de bajo valor, podremos usar directamente un wattímetro. El circuito empleado es el mostrado en la Figura 11.



Figura 11 - Conexión para ensayo en vacío.

En este ensayo se mantiene la salida sin carga (en vacío) y se ajusta el *variac* hasta obtener los 220Vrms de salida nominal, medidos en el voltímetro V2 (ver Figura 11). Por estar en vacío, la corriente I_2 de secundario es nula. En la Figura 12 podemos observar el circuito equivalente para esta condición de trabajo.

Figura 12



Circuito equivalente para ensayo en vacío.

Vemos que al ser $I_2 = 0$ también resulta $i = \frac{I_2}{n} = 0$,

por lo que es lícito retirar del circuito equivalente tanto el circuito secundario como el generador de corriente. Además, se

espera que el valor de la resistencia R_p y el de la inductancia L_m sean de, al menos, varias decenas de ohm y de mHy respectivamente (algo que se verificará al terminar este apartado), lo que nos permite despreciar a la resistencia R_1 de tan solo $0,0153\Omega$, y a la inductancia L_1 , ya que, con seguridad, esta debe ser menor a $3,92\,\mu Hy$, pues es $L_1 + n^2 \cdot L_2 = 3,92\,\mu Hy$. Estas consideraciones conducen a que, para la condición de secundario en vacío, el circuito equivalente se limite solo a la resistencia de pérdidas R_p y a la inductancia de magnetización L_m , por lo que el circuito ensayado termina siendo el mostrado en la Figura 13.





Circuito equivalente del transformador para ensayo en vacío.

Con la tensión de salida ajustada en $V_2 = 220 V_{\rm rms}$, los valores medidos son:

$$V_{1} = \mathbb{1}, 6V_{rms} \qquad P_{1} = 4, 3W \qquad S_{1} = 4, 9M$$

$$I_{1} = 0,389A_{rms} \qquad Q_{1} = 2, 4VAr \qquad \varphi(V_{1} : I_{1}) = \mathbb{1}, 9^{\circ}$$

Alejandro Daniel Blasco, Juan Dominici y Gerardo García



Según los valores medidos, es

$$cos(\phi) = cos(28,9^{\circ}) = 0,875$$

 $sen(\phi) = sen(28,9^{\circ}) = 0,483$

Como el único elemento resistivo en el circuito, en las condiciones de vacío y aceptando despreciar R_1 , es la resistencia de pérdidas R_n , la potencia activa es

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_p}$$

por lo que será

$$R_p = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{12.6^2 V_{rms}^2}{4.3W} = 36,92\Omega$$

Análogamente, como el único elemento reactivo en el circuito, en las condiciones de vacío y aceptando despreciar L_1 , es

la inductancia de magnetización L_m , la potencia reactiva es

$$Q_1 = \frac{V_1^2}{X_{L_m}} = \frac{V_1^2}{2\pi \cdot f \cdot L_m}$$

por lo que será

$$L_m = \frac{V_1^2}{2\pi \cdot f \cdot Q_1} = \frac{12.6^2 V_{rms}^2}{2\pi \cdot 50c / s \cdot 2.4VAr} = 0.21Hy$$

Finalmente, podemos resumir todos los parámetros del transformador de la siguiente manera:

$$R_1 = 0,0153\Omega \qquad R_2 = 2,11\Omega \qquad R_p = 36,92\Omega$$

$$n = 0,0573 \qquad L_1 + n^2 \cdot L_2 = 3,92\,\mu Hy \qquad L_m = 0,21Hy$$

Además, se constató, como habíamos anticipado, que

$$R_{p} = 36,92\Omega$$
 es superior a $R_{1} = 0,0153\Omega$, y que

 $L_m = 0.21 Hy$ es también superior a $L_1 \leq 3.92 \mu Hy$,

por lo que era lícito despreciar tanto R_1 como L_1 en el ensayo de vacío. Como verificación adicional, se puede calcular calcular $I_1 = 0.389 A_{rms}$, medida con el amperímetro A1, como la suma de

$$I_p = \frac{V_1}{R_p} = \frac{12.6V_{rms}}{36.92\Omega} = 0.3413A_{rms}$$

$$I_m = \frac{V_1}{2\pi \cdot f \cdot L_m} = \frac{12.6V_{rms}}{2\pi \cdot 50c/s \cdot 0.21Hy} = 0.191A_{rms}$$

Como ambas están a 90º, deberá ser

$$I_1 = \sqrt{I_p^2 + I_m^2} = \sqrt{0.3413^2 A_{rms}^2 + 0.191^2 A_{rms}^2} = 0.391 A_{rms}.$$

Si comparamos este valor con el valor medido de $I_1 = 0,389 A_{rms}$ vemos que prácticamente coinciden.

Análisis de la corriente de primario en el ensayo de vacío

Aunque no es parte integrante del cálculo del modelo de transformador en sí mismo, es interesante analizar el formato de la corriente del primario en el ensayo de vacío, ya que nos provee de información relativa a cómo se está empleando el núcleo magnético. Con este objetivo se utilizó el osciloscopio para registrar la tensión V_1 y la corriente I_1 (Figuras 15 y 17). Simultáneamente, se registró la curva B-H correspondiente a cada medición de corriente (Figuras 20 y 21). Podemos apreciar el formato de la corriente de vacío (en rojo en la Figura 15), que es el característico producido cuando se genera un flujo de variación sinusoidal, como en nuestro caso, en un material magnético con el tipo de curva de histéresis B-H, comúnmente vista en los materiales ferrosos empleados para transformadores.



Pantallas de osciloscopio, V1 en negro y I_1 en gris claro.

El formato de la corriente cambiará según el formato de la curva B-H y el grado de saturación que dicha corriente genere en el núcleo magnético. En la Figura 16 mostramos una curva B-H, típica de hierro laminado de transformador, excitada por una tensión sinusoidal de magnitud tal que no genere saturación (a la izquierda de la Figura) y que sí lo haga (a la derecha). Se puede ver la diferencia en el formato de corriente resultante en cada uno de los casos, mostrándose claramente un pico para el caso del núcleo saturado.



Figura 16

Como se conoce el valor de la corriente de vacío de nuestro transformador, que es de $I_1 = 0,389 A_{rms}$, si hacemos un ensayo incrementándola desde un bajo valor, podremos hacernos una idea de cómo está siendo empleado el núcleo magnético. El resultado se muestra en la Figura 17, en la que los registros se superpusieron. El punto de trabajo de nuestro transformador corresponde a la curva roja de 389mArms.



Figura 17

Formato de las corrientes de vacío del transformador.

Es importante aclarar que la sola presencia del "pico" a la derecha de cada semiciclo no indica necesariamente que haya saturación, ya que la curvatura en la gráfica B-H está presente en todos los puntos de su trayectoria, por lo que si evolucionó en cualquier parte de ella, la corriente siempre formará ese pico, y dependerá de la magnitud que tenga la curvatura en los diferentes tipos de material y lo inclinada que sea la gráfica B-H para que dicho pico se haga más o menos notable, sin, necesariamente, indicar saturación.

La existencia de entrehierro, voluntario o involuntario, como

ocurre en el material laminado, que, aunque se arme cruzado, siempre presentará entrehierro, inclina la curva a la derecha, lo cual es otro motivo de la presencia del pico. Para ejemplificar lo dicho, en la Figura 18 se muestran dos formatos de gráficas B-H con diferentes curvaturas, en las que en ninguna de ellas el ciclo de histéresis (resaltado en rojo) satura al material. El ciclo b) es más curvo que el ciclo a) y, consecuentemente, el pico de la corriente de vacío es mucho más notorio.



Pico de la corriente de vacío para diferentes formatos B-H.

Un criterio generalizado es que podemos asumir saturación en las curvas típicas de hierro laminado, si la altura del pico es dos veces la altura aproximada del "lomo" de la curva, es decir, si A>2B, según se muestra en la Figura 19.%



96 Ver McLyman, C.W. (2004). Chapter 2: Magnetic Materials and their Characteristics. En *Transformer and Inductor Design Handbook* (3era ed.). Inglaterra, Reino Unido: Taylor & Francis Group.

En efecto, volviendo al ejemplo de nuestro transformador, si hacemos una comparación entre las corrientes de vacío registradas y sus respectivas curvas de histéresis, verificamos que el límite de la saturación podría ser una corriente de 330 mArms, para la cual A=2B (ver Figura 20). Ya a 389 mArms se percibe un pequeño inicio de saturación, y vemos que, en efecto, para este valor se cumple que A>2B. Sin embargo, para 269 mArms es A<2B y no hay saturación.



Figura 20: verificación del criterio de saturación A>2B.

En la Figura 21 se muestra la corriente de vacío y su correspondiente curva de histéresis B-H, para todos los valores de corriente registrados en la Figura 17.



Figura 21.0

Figura 21.1

Figura 21.2







Figura 21.5





Figura 21: corrientes de vacío y curvas de histéresis del transformador de 400VA.

Conclusión

Se midieron los parámetros de un transformador toroidal. Se obtuvo el valor de la inductancia de magnetización y de la resistencia de pérdidas. Se verificó que, al ser un transformador de tipo toroidal, las inductancias de dispersión de primario y secundario son muy bajas. Adicionalmente, se vio el nivel de saturación del núcleo magnético mediante el análisis de la forma de la corriente de magnetización.

- Chapman, S. J. (2014). Máquinas eléctricas. España: McGraw Hill.
- Guru, B. S. (2003). Máquinas eléctricas y transformadores. Barcelona, España: Reverté.
- McLyman, C. W. (2004). *Transformer and Inductor Design Handbook*. Nueva York, Estados Unidos: Marcel Dekker, Inc.
- MIT (Massachusetts Institute of Technology) (1984). Circuitos magnéticos y transformadores. Barcelona, España: Reverté.
- Slemon, G. R. (1966). Magnetoelectric Devices, Transducers, Transformers and Machines. Los Angeles, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc.

Palabras clave: modelado — simulación — transformadores — histéresis — distorsión

Keywords: Modeling — Simulation — Transformers — Hysteresis — Distortion

Abstract

Within the framework of the Sustainable Energy Systems Project carried out at the Army Engineering Faculty through PIDDEF 28/16 and UNDEFI 254/2020, an inverter equipment that delivers 220Vrms, 50c / s sinusoidal voltage has been developed. To maintain the constant output, independently of the load applied, it was necessary to develop a feedback loop and consequently obtain the model of the plant to be controlled. A central element in this model is the power transformer, which raises the voltage to the 220Vrms required at the output. This work details how the necessary steps to obtain the parameters that configure the model of the referred transformer are developed, the obtained values presented and the information that is possible to obtain from the magnetization current wave shape analyzed.