



## **TFCCEM**

**TEMA:** Política y Economía para la Defensa: Aplicaciones de Software para la solución de PMO a Nivel Operacional. Ciencia y Tecnología.

**TÍTULO:** *Aplicación de Modelos Empíricos como apoyo a las Decisiones del Comandante del Nivel Operacional.*

**QUIROGA CARDINI, Franco Martín**

C.A.B.A, 07 de Julio de 2021



## RESUMEN

El Nivel Operacional es el vínculo real entre los niveles Estratégicos y tácticos de la ciencia militar, será el encargado de traducir los Objetivos superiores en tareas operativas. Esto conlleva a que el decisor deba estar constantemente actualizado en todo lo referido a tecnologías útiles para cumplir con dicha responsabilidad.

Una de las maneras que se han desarrollado a través del paso del tiempo, para apoyar las decisiones que se basan en el conocimiento, la capacidad, la personalidad y la experiencia de una Comandante del Nivel Operacional, ha sido el uso de las herramientas de investigación Operativa, las cuales permiten cuantificar y modelar las decisiones tomadas con el fin de optimizar el impacto de estas en los recursos disponibles, tanto los tangibles como los intangibles.

En los últimos años, los avances vertiginosos de las tecnologías han permitido desarrollar herramientas que permiten reducir el margen de error de una decisión, posibilitando tomar acciones para evitar que las variables del contexto del ambiente operacional sean consecuentes con una decisión incorrecta. Para ello surgen como una alternativa el uso de herramientas de simulación discretas, que aportaran un grado de realidad importante al observar y medir los efectos directos de las decisiones.

En tiempos donde la tecnología es parte de la vida diaria, el poder combinar esta tecnología que brinda la informática, con la ciencia exacta que aportan los modelos matemáticos y el arte desarrollada por el comandante decisor, se transforma en una combinación que gana importancia en la condición de éxito o fracaso de una campaña, que siempre estará basada en las decisiones del Comandante del Nivel Operacional.

### **PALABRAS CLAVE:**

Investigación Operativa, Planeamiento, Decisión, Ecuaciones Diferenciales, Simulación.



## INDICE

<b>RESUMEN .....</b>	<b>1</b>
PALABRAS CLAVE: .....	1
<b>INTRODUCCION .....</b>	<b>3</b>
CONTEXTO HISTORICO .....	3
ESTADO ACTUAL .....	5
OBJETIVOS.....	9
HIPOTESIS .....	9
ESTRUCTURA FORMAL DEL TRABAJO INTEGRADOR .....	9
<b>CAPITULO I :INVESTIGACION OPERATIVA Y LAS DECISIONES .....</b>	<b>11</b>
MODELOS EMPIRICOS Y SIMULACION .....	14
<b>CAPITULO II: APLICACIÓN DE MODELOS EMPIRICOS A LA TOMA DE DECISIONES.....</b>	<b>17</b>
ECUACIONES DE LANCHESTER.....	18
DEFINICION ECUACIONES DE LANCHESTER.....	20
ECUACION GENERAL DE LANCHESTER.....	23
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>29</b>
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>32</b>
<b>ANEXO I .....</b>	<b>35</b>



## INTRODUCCION

El presente trabajo pretende analizar las herramientas y alternativas que brinda la Investigación operativa como apoyo a la toma de decisiones, para de este modo sumar a la intuición y experiencia volcada en la Planificación Operacional información cuantitativa de soporte a las decisiones tomadas.

Con sus inicios básicos en la Gran Guerra y su desarrollo intensivo a partir de la Segunda Guerra Mundial, la investigación operativa se ha transformado en una herramienta que ha profundizado el estudio de modelos empíricos que permiten analizar el escenario real y evaluar el impacto de las decisiones tomadas por el Comandante Operacional según las distintas condiciones planteadas en un Teatro de Operaciones. (Stanescu et al., 2015)

La aplicación de estos métodos permite, a través de diferentes modos de simulación, dar soporte a las Decisiones en el Nivel Operacional reduciendo la incertidumbre o “NIEBLA” que surge en el nivel que interrelaciona al Nivel Estratégico con el Nivel Táctico.

Esto determina la necesidad de efectuar un trabajo de investigación en donde se analicen las ventajas de estos modelos analíticos y demostrar como sumar fortalezas al Planeamiento de Nivel Operacional, simulando las distintas variables que puedan afectar al teatro de Operaciones y las reacciones de control a los resultados de las anteriormente mencionadas variables de incidencia .

### Contexto histórico

*“Históricamente la guerra no era otra cosa que una lucha a muerte entre dos personas”*(Trejo, 2013).

Con el paso del tiempo y los vertiginosos avances tecnológicos en conjunto a los nuevos conceptos de violencia y tipos de actores intervinientes han definido condiciones para lograr cohesión y sistematizar el uso de la fuerza, dado que la victoria absoluta es costosa en términos humanos y materiales.

Esto ha permitido el surgimiento del Nivel Operacional, como integrador del



instrumento militar y las ideas en el desarrollo de la Campaña.

*“La Segunda Guerra Mundial y los conflictos de finales del siglo XX, demostraron su importancia y para nuestro país fue el nivel operacional el que evidenció las mayores deficiencias durante el desarrollo de la Guerra de Malvinas, ya que no pudo articular un plan que integre eficazmente los diferentes componentes.”(Trejo, 2013).*

El planeamiento militar siempre inicia con el análisis en profundidad del enemigo, agregando además las influencias del ambiente donde se desarrollaran las operaciones lo que permitirá definir los elementos que conforman el diseño operacional y así poder seguir un método que combine el arte y la ciencia para la Planificación de las operaciones del Nivel Operacional buscando siempre la lógica que mejor se adapte a las decisiones que se deseen volcar en la Campaña.

Paralelamente es necesario introducir la importancia de la investigación operativa, cuyo significado más claro es “hacer investigaciones sobre operaciones” (Carro, 2009), aplicándose a la solución de problemas que afecten de manera directa la conducción y coordinación de operaciones.

Define un método científico para investigar un problema mediante la observación, y la recopilación de datos que permitan la construcción de un modelo que permita abstraer la esencia del problema para poder brindar soluciones óptimas para el mismo.

Una vez presentado conceptualmente el significado de la Investigación operativa por un lado y de la Planificación en el Nivel Operacional por el otro, es clave poder identificar los antecedentes que permiten ver la importancia de la relación entre ambos.

Desde sus orígenes el hombre entablo enfrentamientos para solucionar sus conflictos, desde peleas entre tribus en sus comienzos hasta lo que actualmente se denomina Guerras Asimétricas o situaciones de conflicto entre dos o más países o entre unas fuerzas armadas y grupos terroristas.(Rodríguez Bartolome, 2020). Esto dio origen a las aplicaciones de conocimientos científicos desde un principio, evolucionando conforme evolucionaban las formas y maneras de hacer la Guerra.

La primer interpretación que sentó las bases del uso de la investigación operativa para



el estudio empírico de la guerra, data desde la Primera Guerra Mundial o Gran Guerra, donde el ingeniero Frederick Lanchester presenta un modelo donde formula una serie de ecuaciones diferenciales para poder predecir de manera cuantitativamente el resultado del enfrentamiento entre dos adversarios. (Stanescu et al., 2015)

Las Ecuaciones de Lanchester han sido ampliamente desarrolladas por diferentes expertos militares a lo largo de la Historia, aunque se considera que el nacimiento oficial de esta en la II Guerra Mundial, durante la batalla de Inglaterra cuando la Luftwaffe, estaba sometiendo a ese país a un fuerte acoso aprovechando la reducida capacidad aérea británica. Entonces el gobierno británico en una especie de instinto de supervivencia, convocó científicos de diversas disciplinas para que desarrollaran un método de localización óptima de los radares, aumentando la distribución de la señal y poder explotar al máximo su capacidad de defensa aérea para evitar la derrota.(Silva, 2015)

### **Estado actual**

*“Los escenarios actuales en donde se están empleando las Fuerzas Armadas se caracterizan por ser cada vez más complejos. En un contexto operacional particular, los futuros líderes tendrán la difícil tarea de identificar correctamente el problema y desarrollar capacidades para contener los diversos espectros del conflicto que afecten una paz sustentable”.*(Zarza, 2011)

La evolución de la tecnología hace que cada decisor deba estar constantemente buscando la perfección profesional atenuando al máximo el cada vez más escueto margen de error.

La ciencia se ha convertido en un complemento muy importante en el arte que despliega el comandante, por lo que los recursos tecnológicos disponibles hacen posible esta nueva relación Ciencia y Arte.

Por lo que *“El conductor profesional militar, en la era de la información del siglo XXI, requiere entre otras cualidades de una gran flexibilidad, y habilidad de la administración del conocimiento, experiencia multicultural, apertura mental, la capacidad de ser multi perceptivo y, por sobre todo, ser más humano que nunca. En este contexto, se*



*hace necesario introducir el concepto de “diseño” dentro del Arte Operacional Militar Moderno”.*(Zarza, 2011)

Redefiniendo entonces el arte operacional como *“proceso creativo que tiene por objeto visualizar la mejor manera de emplear capacidades militares conjuntas y combinadas, en el nivel operacional de la guerra, y empleo eficaz de fuerzas militares para lograr objetivos operacionales y estratégicos, por medio del diseño y conducción de la Campaña.”*(Alejandro Kenny Coronel Omar Locatelli Teniente Coronel Leonardo Zarza & Kenny, 2017). Donde el actor principal es el Comandante del nivel operacional y convertirse además en el ideara, imaginara y ejecutara las acciones que considere importante para el cumplimiento de su misión.

Para asumir esta responsabilidad el comandante operacional debe apoyarse en herramientas de la investigación operativa que le permita decidir entre varias alternativas disponibles. Entendiendo que el proceso de toma de decisión es la elección de lo mejor entre lo posible, he aquí donde se presenta como herramienta útil el dominio de la Teoría de la decisión. (Begoña, 2007)

Esta Teoría se puede sintetizar en tres partes:

- La teoría de la decisión con incertidumbre o riesgo, en la que se analiza la toma de decisiones con aleatoriedad o incertidumbre en los resultados, de modo que las consecuencias de una decisión no están determinadas de antemano, sino que están sujetas al azar.
- La decisión multicriterio, en la que si bien dada una decisión sus consecuencias están perfectamente determinadas, lo que no está definido tan claramente es qué es lo mejor, existiendo varios objetivos en conflicto.
- La teoría de juegos, en la que las consecuencias de una decisión no dependen únicamente de la decisión adoptada, sino, también de la que elijan otros jugadores. En este contexto, los problemas de decisión con aleatoriedad del bloque anterior suelen ser denominados juegos frente a la naturaleza.



Aparece aquí de manera disruptiva la simulación de eventos discretos, una poderosa herramienta informática, donde el modelado y simulación es importante en el apoyo a la toma de decisiones que resulta de especial interés en el ámbito militar. Esta permite la interpretación de un entorno complejo y una evaluación de los escenarios probables contemplando el comportamiento del enemigo.(Castro & Cerrada, 2019)

La teoría de la decisión, como parte de la formación profesional que debe poseer un comandante operacional, permite además la interrelación entre el Arte (particular de cada decisor), y los principios de la teoría de decisión combinadas con las herramientas de la investigación operativa, la Ciencia, las cuales combinadas pueden ser explotadas al máximo con métodos de simulación discreta permitiendo de esta manera una combinación Arte-Ciencia y Tecnología que optimice de manera vertiginosa el Planeamiento Militar operativo.

Por lo que “Hoy más que nunca se requiere de ese plus de arte y diseño, que se manifiesta en un liderazgo persuasivo, adaptativo e innovador. Los profesionales de las Fuerzas Armadas deben poseer un concepto de diseño que no se quede solamente en la teoría sino que debe plasmarse en una organización que aprende “haciendo”. El instrumento militar está siendo empleado en una variedad de situaciones que demanda futuros conductores que sean expertos del arte del diseño, flexibles agentes que deben motorizar el cambio y generar una gran transformación cualitativa en beneficio de la Institución”.(Zarza, 2011)

Una vez planteado el contexto en el que el Comandante del Nivel Operacional debe tomar Decisiones (Castro & Cerrada, 2019), surgen situaciones en la que al decisor le es imposible cuantificar los resultados de estas, con las que se puede predecir o no el éxito de una campaña, es por eso que es dable plantear el siguiente interrogante:

*¿Cómo las herramientas de la investigación operativa pueden ser empleadas para apoyo a la toma de decisiones en el proceso del planeamiento operacional?*

Este trabajo de investigación tiene como finalidad, ofrecer al Decisor de Nivel





Operacional herramientas que apoyen la elaboración de los planes para ese Nivel.

Para la elaboración de este se dispondrán de distintos métodos de obtención y análisis de la información los cuales permitirán buscar alternativas potenciales que permitan la cuantificación anticipada de las decisiones y la incidencia que puedan tener en la planificación de los Planes del Nivel Operación.

Para la obtención de información se delimitará la misma al ámbito de la Universidad de la Defensa (UNDEF), la Escuela Superior de Guerra del Ejército (ESGC), la Facultad de Ingeniería del Ejército (FIE), la Facultad de Ingeniería de la Fuerza Aérea (IUA) y a la entrevista a personal militar en actividad y retirado que se ha desempeñado en esas áreas. También se incluirá información recopilada que abarcan desde documentos públicos o datos históricos encontrados principalmente en literatura papel o electrónica que serán guía en el recorrido.

Esta delimitación permitirá un análisis más centralizado con el fin de permitir la búsqueda más objetiva de métodos de investigación operativa protección que puedan ser aplicados directamente en el Planeamiento Operacional.

La finalidad de esta investigación es la de aportar métodos que permitan la apoyar las decisiones del Nivel Operacional, esta aplicación de métodos empíricos permitirán además la identificación cualitativa de las adecuadas líneas de acción y los efectos potenciales en el enemigo, “ así como a la utilización de nuevas técnicas de gestión de la incertidumbre, mediante controles adaptativos y predictivos”(Castro & Cerrada, 2019). Además permitirá simular la respuesta del enemigo a la decisión tomada, de acuerdo a los distintos escenarios posibles.

Estos métodos se focalizarán en constituirse en una herramienta teórica- práctica, que facilitara conservar los recursos (tangibles e intangibles) que puedan ser afectados por una mala decisión.



## **Objetivos**

En el presente trabajo define como objetivo general, *Identificar el efecto de aplicar modelos matemáticos empíricos combinados con un método de simulación discreta como apoyo a las decisiones en el Planeamiento Operacional.*

Para lo cual, se busca alcanzar al mismo, definiendo como un primer objetivo específico a *Analizar los modelos de matemáticos y su desarrollo dentro de las actividades del Planeamiento Operativo.* Y como segundo objetivo específico a *Determinar las áreas de relevancia de la simulación discreta cuyo uso permite su uso como herramienta de apoyo a las decisiones.*

## **Hipótesis**

La aplicación de un modelo matemático y su simulación le asegura al Decisor analizar el sistema real bajo distintos escenarios y ver cómo será el comportamiento de los indicadores de desempeño, expuesto a distintas condiciones propuestas.

## **Metodología**

La metodología empleada permitirá incorporar a dicho trabajo dentro de lo que se denomina una investigación documental. La misma es de carácter exploratoria, basándose en la recopilación y análisis de información proveniente de documentación impresa y electrónica como también de entrevistas personales o por medios audiovisuales.

Esta investigación permitirá obtener resultados cuantitativos y cualitativos con base en el análisis de la información recolectada y analizada en detalle, los cuales facilitaran la presentación de herramientas de apoyo a la toma de decisiones en el Nivel Operacional.

## **Estructura Formal Del Trabajo Final Integrador**

La estructura formal del presente trabajo se dividirá en dos capítulos, siendo el primero denominado “**INVESTIGACION OPERATIVA Y LAS DECISIONES.**” donde



se hará un análisis de la importancia de la investigación operativa, sus herramientas y metodologías y su relación con los niveles de conducción de la guerra, más explícitamente con el nivel operacional, con la finalidad de entender el gran aporte que puede hacer esta disciplina en la toma de decisiones , definiendo una modelo teórico de esta relación.

Como segundo capítulo, “APLICACIÓN DE MODELOS EMPIRICOS A LA TOMA DE DECISIONES”, consistirá en dos partes, la primera se centrara en abordar el modelado de las Leyes de Lanchester como herramienta de apoyo y la segunda se focalizara en la aplicación de dicho modelo “practico” en un hecho histórico , Guerra de Malvinas” como ejemplo para identificar la diferencia para llevar a cabo alguna acción en la campaña que se podría haber mejorado si se hubiera aplicado las herramientas de la investigación operativa.

Por Ultimo las “CONCLUSIONES”, en las que se podrá comparar con más claridad el problema detectado con las soluciones analizadas, y de esta manera definir si la hipótesis planteada podrá ser resuelta mediante el cumplimiento de los objetivos con una Conclusión Final del trabajo.



## **CAPITULO I: INVESTIGACION OPERATIVA Y LAS DECISIONES.**

*"In the whole range of human activities, war most closely resembles a game of cards"*  
*Carl von Clausewitz*

La Investigación Operativa es una ciencia que no tiene un origen bien definido, aunque sus primeros indicios datan de la Primera Guerra Mundial cuando el matemático inglés Frederick William Lanchester parametriza ecuaciones que permiten tener una primera predicción del desarrollo de una batalla entre dos Fuerzas Aéreas.(Rodríguez Bartolome, 2020).

Desde la Segunda Guerra Mundial en adelante, la Investigación Operativa a cobrado una notable importancia en el ámbito de la toma de decisiones, esto se debió a que luego de ese suceso de gran impacto en el mundo entero, permitió el desarrollo pleno de las industrias de producción masiva (Carro, 2009), esto se debió que anterior a esto las industrias solo basaban sus decisiones en un criterio único basado en los costos mientras que la apreciación continua de los eventos durante el enfrentamiento militar buscaba constantemente dar soluciones inmediatas a la variedad de escenarios que se presentaban para dar cumplimiento a las amplias y variables demandas.

De esta manera la investigación operativa se presentó como una gran herramienta en la cual a través de un método científico se proporciona a la conducción una base cuantitativa como apoyo a las decisiones sobre las operaciones que se encuentran bajo su gobierno (Martin, 1958). Herramienta que ha sido explotada a nivel empresarial para el desarrollo de las operaciones actuales y también en el ámbito militar. Esta denotada importancia se ha hecho más evidente a partir de fines del siglo XX debido a los constantes avances tecnológicos, que permiten solucionar problemas o modelos de manera muy veloz y con un mínimo rango de error posible.

Esta ciencia exacta por decirlo de otra manera, permite además apoyar las decisiones que deben tomarse a Nivel Operacional, en los cuales el Estado Mayor debe tener la mayor cantidad de información posible para que su asesoramiento sea lo más exacto posible.

La toma de decisiones militares se articula en los niveles Estratégico, Operacional y



Táctico. Esta clasificación provee una base para entender mejor los tipos y características de las decisiones que se llevan a cabo en cada nivel, y las relaciones que existen entre los niveles.(Castro & Cerrada, 2019)

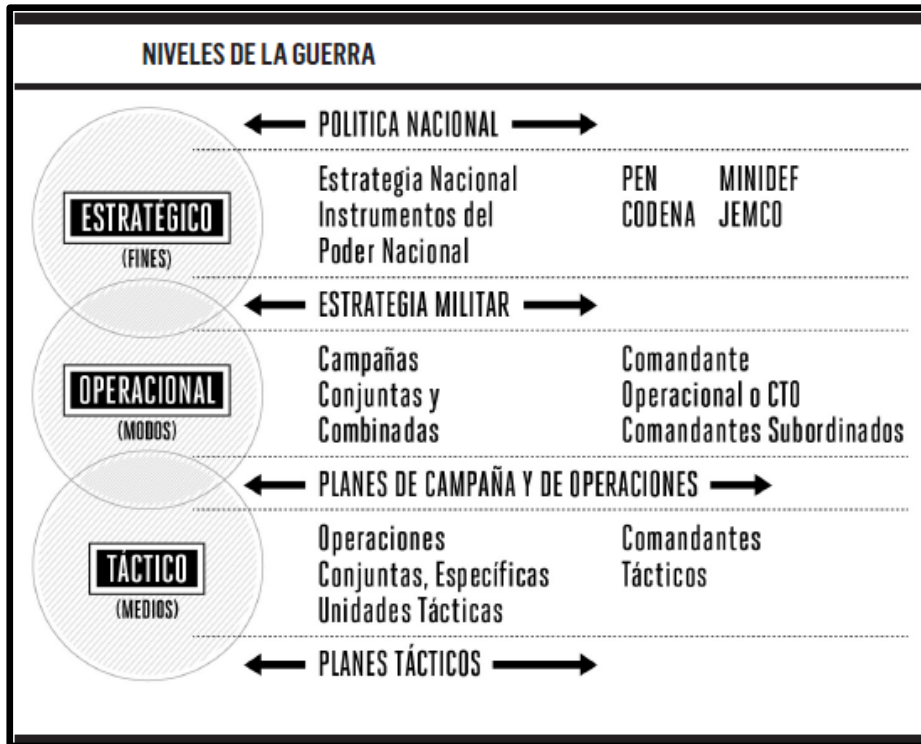


Figura N° 1: Niveles de la Guerra.(Alejandro Kenny Coronel Omar Locatelli Teniente Coronel Leonardo Zarza & Kenny, 2017)

Los niveles de la guerra le permiten a los Comandantes a visualizar la secuencia de las operaciones, mostrando la relación entre los medios y los fines. Sin embargo, como lo manifiesta en su desarrollo (Alejandro Kenny Coronel Omar Locatelli Teniente Coronel Leonardo Zarza & Kenny, 2017), *los Comandantes de todos los niveles deben percatarse de que en un mundo de comunicaciones e interacciones inmediatas y constantes, cualquier acción individual puede tener consecuencias en todos los niveles.*

Al observar la Figura N°1, queda claramente marcada la importancia del Nivel Operacional, que es el conector lógico entre los niveles estratégicos y los niveles tácticos. Es el nivel responsable del planeamiento y ejecución de las maniobras operacionales con sus respectivos apoyos logísticos en el desarrollo de un conflicto.(Zarza, 2011)



He aquí en donde el comandante operacional se transforma en un decisor, que necesita constantemente del apoyo de su estado mayor ya sea en la planificación como también durante el desarrollo de las operaciones, ya que sobre sus espaldas recae la responsabilidad primaria, su personal y secundaria, el desarrollo de la campaña para alcanzar el Estado Final Operacional Deseado.

Desde sus orígenes los seres humanos deben elegir entre varias opciones siempre tomando aquella que consideran más conveniente, son en mayor o menor grado importantes, a la vez que fáciles o difíciles de adoptar en función de las consecuencias o resultados derivados de cada una de ellas. (Silva, 2015)

En el nivel operacional la complejidad de los problemas aumenta y también lo hace la manera de solucionarlos, se pasa de una toma de decisiones guiadas por la intuición a procesos conducidos por un pensamiento racional, ya que decidir no significa solo elegir, es un proceso que permite identificar un problema a través de un método, para hallar los posibles caminos alternativos y seleccionar una única opción. (Garzón & Moreno, 2017)

He aquí donde se hace presente la relación Investigación Operativa – Decisiones de Nivel Operacional, ya que permiten que las decisiones que se tomen a este nivel ayuden considerablemente al costo de recursos que puede infringir una mala o equivocada decisión.

Para comenzar a profundizar en este desarrollo de la relación anteriormente necesaria, es crucial enmarcar a la toma de decisiones del nivel operacional de manera sistémica, la cual se verá alimentada de manera muy positiva con la experiencia y conocimiento del Comandante del Nivel Operacional y el asesoramiento de su estado mayor.

Para ello se define a un sistema como un conjunto de elementos que interactúan entre sí para lograr cierto objetivo y es la base para la definición del estudio sistemáticos de modelos (Romero, 2011), en el que se puede clasificar como:

- Estudiar los estados de un sistema y en particular, los bucles de retroalimentación.



- Estudiar la forma en que las propiedades y los comportamientos de un sistema se pueden generalizar a otros
- Sintetizar toda la información disponible sobre un objeto de modo que pueda ser analizado como un todo.

La modelización de manera sistemática es posible además a partir de los grandes avances tecnológicos, principalmente de los desarrollos computacionales lo que permite interpretar a la informática como una parte integradora y abarcadora de la investigación operativa, convirtiéndose en una relación sine qua non en donde la investigación operativa es a la informática lo que la táctica es a la estrategia. (Carnota & Rodriguez, 2014).

Esta relación viene desarrollada por la aplicación de modelos, que permiten la imitación o réplica del comportamiento de un sistema o de una situación, usando un modelo que lo representa de acuerdo al objetivo por el cual se estudia el sistema.(Mariño, 2020).

### **Modelos Empíricos y Simulación**

El mayor desarrollo de la investigación operativa en los últimos tiempos viene desarrollada a partir de los avances tecnológicos, los que permiten transformar las situaciones del mundo real en modelos matemáticos, los que al ser resueltos y de acuerdo a los resultados cuantitativos que puedan entregar servirán de un apoyo relevante e importante para la toma de decisiones.(Kowalski et al., 2015).

Esto parte de modelos empíricos, a los que se puede definir como un estudio que busca una desconocida relación a través de algunas funciones matemáticas, usando la información recogida experimentalmente del sistema, especialmente cuando el proceso es demasiado complicado.(Hurtado Cortés, 2006)

La construcción de un modelo para la toma de decisiones en el nivel operacional puede considerárselo como Ciencia y Arte a la vez, y tampoco significa que sea infalible, solo es una herramienta la que entrega resultados cuantitativos, que deben ser analizados correctamente para poder representar lo más cercano a la realidad posible esta información obtenida.



Este modelo nace de una situación a resolver en la realidad, se traduce a un lenguaje matemático, por algunas de sus ramas, para resolver el modelo y luego traducir el resultado a la realidad, permitiendo predecir potenciales o futuros comportamientos del sistema. (Romero, 2011)

Cuando se habla de diseño de la campaña a nivel operacional se habla de operaciones complejas, que pueden traducirse a modelos de sistemas complejos, estos son posibles de resolver o aproximar su solución más exacta a través de la Simulación. Los avances tecnológicos permiten modelizar una secuencia lógica de pasos que imite lo más cercano posible el escenario real y poder experimentar sus resultados ejecutando la misma una y otra vez, modificando las variables que además me permitan mantener la situación real de acuerdo a la apreciación continua que se desarrollen en el teatro de operaciones. (Romero, 2011)

En este contexto se puede definir simulación como *“el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y conducir experimentos con este modelo a fin de entender el comportamiento del sistema y/o evaluar varias estrategias para la operación del sistema. Por lo tanto es un punto crucial que el modelo sea diseñado de tal manera que imite las respuestas del sistema real a eventos que ocurren en el tiempo”*.(Simon, 1997)

Presentada la importancia de los modelos empíricos para la resolución de problemas y su consecuente apoyo a la toma de decisiones y su actual dependencia casi exclusiva de las simulaciones, se define de manera “teórica” los pasos para llevar adelante un Modelo de apoyo a las decisiones para el nivel operacional.(Rodriguez Bartolome, 2020)

El método de aplicación de la metodología sistémica debe contar de los siguientes pasos:

- a) *Identificación del problema:* se detecta el problema a nivel operacional para el desarrollo de la campaña y se lo expresa de manera general en forma de sistema de ecuaciones.(Cachafeiro & Ill, 1965)
- b) *Modelado:* se definen correctamente las variables dependientes e independientes del sistema de ecuaciones. Se construye el modelo de forma que sea estocástico o determinista, dependiendo de si se conocen o no los





parámetros.(Rodriguez Bartolome, 2020). Las propiedades de este modelo podrán ser reales (pertenecen al mundo real), formales (solo pertenecen al modelo) o de compatibilidad (adaptan el modelo construido a la realidad).(Varona Malumbres, 1996).

- c) *Obtención de la solución:* para obtener la resolución óptima, es necesario la implementación de métodos iterativos , métodos de algoritmos o simulaciones
- d) *Validar la solución:* analizar si la solución permite alcanzar el Objetivo Operacional de manera que ayude a la obtención de Estado Final Operacional Deseado.
- e) *Implementación de la solución:* en cuanto la solución es validada, se puede tomar como ayuda a las decisiones siendo además válida para otros escenarios de similares características.
- f) *Mejorar la solución alcanzada:* se debe seguir una lógica iterativa o loop para a mejorar los resultados alcanzados o mejorar los modelos utilizados para disminuir la tolerancia al error de cálculo.



## CAPITULO II: APLICACIÓN DE MODELOS EMPIRICOS A LA TOMA DE DECISIONES

*Una importante diferencia entre una  
operación militar y una operación quirúrgica,  
es entender que el paciente no está atado,  
pero es un error muy común de los  
conductores militares creer que sí lo está*  
**Liddel Hart**

Como se ha definido hasta el momento se puede considerar a los modelos como abstracciones de la realidad que permiten reconstruir situaciones, virtualizarlos, experimentar con ellos y tomar decisiones. De más esta aclarar que el combate real difiere del modelo por su complejidad y su incertidumbre asociada, desde el primer momento de la fricción, pero modelizarlos posibilita tener un panorama de la realidad, que es de gran utilidad para el entrenamiento de destrezas asociadas a la toma de decisiones críticas.

Esta ciencia exacta apoya el arte de la toma de decisiones por lo que la aplicación de estos métodos analíticos avanzados con el propósito de apoyar el proceso de toma de decisiones, identificando las mejores líneas de acción posibles y los efectos que producen en el adversario, así como a la utilización de nuevas técnicas de gestión de la incertidumbre, mediante controles adaptativos, predictivos y expertos, permitirá construir un adversario virtual en respuesta a la toma de acción, en los escenarios complejos que definen la batalla (Castro & Cerrada, 2019).

A pesar del avance tecnológico propio de la era de la información y de amenazas híbridas del siglo XXI, algunos conflictos modernos se han desdibujado en sus formas, pero la naturaleza violenta de la guerra no ha cambiado y sus principios no han variado sustancialmente, siendo responsabilidad del Nivel Operacional “ conectar al Nivel Estratégico Militar con el Nivel Táctico desde la paz hasta la resolución del conflicto y se concentra en el planeamiento y ejecución de maniobras operacionales y apoyos logísticos de los recursos asignados al Comandante del TO, para colocarlos en la mejor situación para contribuir al logro del EFO”(Ministerio de Defensa, 2019).

En este nivel se llevan a cabo las campañas, que son planeadas en una secuencia determinada y se concretarán a través de enfrentamientos en el Nivel Táctico, donde todas las actividades militares incluidas en el Plan de Campaña, se traducen en un Diseño Operacional Particular y pueden ser modeladas a través de la investigación operativa que con sus herramientas



facilitan la toma de decisiones en situaciones potenciales.

### **Ecuaciones de Lanchester**

A partir de la Segunda Guerra Mundial, la investigación operativa utilizada para generar escenarios potenciales de combate ha crecido de manera vertiginosa. Para ello se utilizan distintas herramientas con infinidad de variables, estas modelaciones sientan sus bases a partir del año 1916 cuando Frederick Lanchester ideó unos modelos deterministas que permitían estimar la cantidad de bajas en el combate de acuerdo a las concentraciones de fuerzas y sus respectivos coeficientes de efectividad.

Estos modelos basados en ecuaciones diferenciales ordinarias se pueden aplicar en diferentes situaciones en el campo de combate.

En primer lugar definimos una ecuación diferencial como una función en la que interviene una variable dependiente y sus derivadas con respecto a una o más variables independientes., es decir, dada una función  $f(x) = y$ , su derivada se interpreta como el ritmo al que cambia “y” con respecto de “x”. En los procesos naturales, cualquier variable que esté involucrada y su ritmo de variación estarán relacionados por los principios científicos que gobiernan dicho proceso. Si esto quiere ser expresado en lenguaje matemático, a menudo tiene como solución una ecuación diferencial.(Rodríguez Bartolome, 2020).

En el ámbito operacional, debido a las características propias del campo de batalla tales como la incertidumbre o la denominada “niebla de la guerra”, el desarrollo de un modelo se traduce en obtener de manera fidedigna aproximaciones de la realidad, de tal manera que seamos capaces de entrenar a los mandos a la hora de tomar decisiones extremas. (Castro & Cerrada, 2019).

Para ello el ingeniero Frederick Lanchester presenta en su libro *Aircraft in Warfare: The dawn of the fourth arm*, sus ecuaciones basadas en los modelos de desgaste, donde propone un modelo de desgaste en el cual una fuerza  $X$  se enfrenta a una  $Y$ , donde las variables  $X(t)$  e  $Y(t)$  representarán el número de combatientes presentes en cada instante de tiempo. La evolución de  $X(t)$  e  $Y(t)$  vendrá dada por las ecuaciones de Lanchester, definiendo que bando resultara ganador.(Rodríguez Bartolome, 2020)

Lanchester distingue dos tipos distintos de guerra: antigua y moderna. Estas tienen sus correspondientes expresiones matemáticas determinadas por la Ley Cuadrática y la Ley Lineal como antiguas y aparece la Ley Mixta, como combinación de estas dos, dando paso a la guerra de guerrillas o



modernas.

Para ello Lanchester utiliza la suposición de que el combate es continuo en el tiempo y así poder dar validez a su modelo, en el que propone el choque entre dos ejércitos  $X(t)$  e  $Y(t)$  obteniendo de manera analítica el desgaste de los mismos causado directamente por la misma fricción del combate o por la efectividad de las operaciones que un bando ejerce sobre el otro.

Propuso un sistema de ecuaciones ordinarias que determinan las bajas entre dos bandos,  $X$  (rojo) e  $Y$  (azul) en batallas, siendo su forma genérica:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = P - aY - cX \\ \frac{dY}{dt} = Q - bX - dY \end{cases}$$

Donde las variables que intervienen son:

$X_0$  = nº de efectivos de  $X$  en el instante inicial de tiempo.

$Y_0$  = nº de efectivos de  $Y$  en el instante inicial de tiempo.

$P$  = nº de refuerzos que el bando  $X$  es capaz de llevar a la zona de operaciones en la unidad de tiempo.

$Q$  = nº de refuerzos que el bando  $Y$  es capaz de llevar a la zona de operaciones en la unidad de tiempo.

$a$  = nº de bajas que un soldado de  $Y$  es capaz de producir en el bando  $X$  por unidad de tiempo.

$b$  = nº de bajas que un soldado de  $X$  es capaz de producir en el bando  $Y$  por unidad de tiempo.

$c$  = nº de bajas que el bando  $X$  sufre por unidad de tiempo debido a atrición..

$d$  = nº de bajas que el bando  $Y$  sufre por unidad de tiempo debido a atrición.

Además:

$X = (t)$  nº de soldados de  $X$  en el instante  $t$ .

$Y = (t)$  nº de soldados de  $Y$  en el instante  $t$ .



Ahora para la definición de las Leyes de Lanchester se considerara por simplicidad que  $P$  y  $Q$  son iguales a 0, es decir, ninguno de los bandos será capaz de insertar refuerzos en zona de operaciones. Como también las bajas por atrición  $c$  y  $d$  serán tomadas como 0.

La eficacia en combate se define con los coeficientes (a y b) que se mantendrán constantes en todo el cálculo y dependen del adiestramiento, el armamento y capacidad de reacción de los soldados de un ejército.

### **Determinación de las Ecuaciones de Lanchester:**

#### **Ley Cuadrática**

Esta Ley permite modelar el enfrentamiento entre dos fuerzas de manera convencional , donde las capacidades que pueda desarrollar cada bando dependerá del grado de adiestramiento, el armamento utilizado y la cantidad de tropa que disponga cada uno.

El coeficiente de efectividad estará ligado directamente al adiestramiento del personal y cada bando deberá conocer las características de su enemigo incluida su ubicación dentro del teatro de operaciones.

Como hipótesis se deberá asumir que cuando se está disparando sobre el adversario, una vez caído este, se dirigirá nuevamente el fuego contra otro adversario.

Para modelar matemáticamente esta teoría, se utiliza un sistema de ecuaciones diferenciales paralelas en las cuales:  $X$  irá reduciendo su número de efectivos dependiendo de  $Y$ , mientras que  $Y$  se verá mermada de la misma manera dependiendo de la capacidad militar de  $X$ .(Rodriguez Bartolome, 2020).

De esta manera la Ley Cuadrática queda definida de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = -aY \\ \frac{dY}{dt} = -bX \end{cases}$$

Dónde:

$t$  = Tiempo



$X$  = Número de combatientes de  $X$  por unidad de tiempo

$Y$  = Número de combatientes de  $Y$  por unidad de tiempo

$a$  = Coeficiente de efectividad de  $Y$

$b$  = Coeficiente de efectividad de  $X$

Se puede definir que la capacidad bélica de cada fuerza va disminuyendo a medida que avanza el combate y se van perdiendo las capacidades de cada fuerza proporcionalmente avanza el tiempo y el efecto destructivo de desgaste de una fuerza sobre otra.

Ahora bien, para que se cumplan estas ecuaciones se debe cumplir lo siguiente:

- Los ejércitos operan a su capacidad máxima.
- Los coeficientes de efectividad son particulares de cada bando e independientes del enemigo.
- Cada bando dispone de total información de inteligencia respecto al otro bando.
- Los bandos mantienen en el tiempo el combate sostenido hasta que uno de los dos es eliminado.

### **Ley lineal**

Esta ley permite modelar el enfrentamiento de dos fuerzas en donde la información de inteligencia es deficiente a tal punto que no se conoce certeramente posiciones, efectos causados ni exactitud para definir el momento de efectuar una operación.

Definida entonces:

$$\begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = -aXY \\ \frac{dY}{dt} = -bYX \end{array}$$

Dónde:

$t$  = Tiempo

$X$  = Número de combatientes de  $X$  por unidad de tiempo



$Y$  = Número de combatientes de  $Y$  por unidad de tiempo

$bY$  = Ritmo de combate en que  $X$  destruye a  $Y$

$aX$  = Ritmo de combate en que  $Y$  destruye a  $X$

Como se observa se modela dependientemente por: el ritmo de fuego, la efectividad del armamento y el adiestramiento de las tropas  $Y$ , a parte de la capacidad defensiva de  $X$  (Soto, 2009).

Esta será válida si y solo si:

- Se considera a los dos ejércitos similares que se mantienen de forma continuada en combate hasta que uno de los dos es eliminado.
- La efectividad es particular de cada ejército.
- Se opera a máxima capacidad.
- No se conoce la atrición sufrida por el enemigo.

### **Ley Mixta**

Esta ley es también conocida como la que rige la guerra de guerrillas y/o enfrentamientos no convencionales, surge de la unificación de las dos leyes presentadas anteriormente, la cuadrática y la lineal. Se usa como variable principal la sorpresa, donde el atacante conoce certeramente con una información de inteligencia exacta a posición del enemigo lo que le permitirá tener ventaja temporal inicial.

Matemáticamente se modela con la ley cuadrática al atacante y bajo la ley lineal al atacado.

Quedando:

$$\begin{array}{l} \frac{dX}{dt} = -aXY \\ \frac{dY}{dt} = -bX \end{array}$$

Dónde:

$t$  = Tiempo.

$X$  = Número de combatientes de  $X$  por unidad de tiempo

$Y$  = Número de combatientes de  $Y$  por unidad de tiempo

$b$  = Coeficiente de efectividad de  $X$

$aX$  = Ritmo al que  $Y$  elimina a  $X$ .



## Ecuación General de Lanchester

Para poder desarrollar matemáticamente las ecuaciones de Lanchester, se definen de manera de encontrar su solución general, la cual fue desarrollada por Bracken en 1995, la misma permite a través de los coeficientes de efectividad de cada fuerza poder determinar en cada instante de tiempo la cantidad de tropa de cada ejército y/o fuerza en combate.

Quedando definida de manera general de la siguiente manera (Bracken, 1995):

- Cantidad de efectivos de la fuerza  $X$  en cada instante de tiempo  $t$ .

$$X = X_0 \cosh(t\sqrt{ab}) - Y_0 \sqrt{\frac{a}{b}} \sinh(t\sqrt{ab})$$

- Cantidad de efectivos de la fuerza  $Y$  en cada instante de tiempo  $t$ .

$$Y = Y_0 \cosh(t\sqrt{ab}) - X_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \sinh(t\sqrt{ab})$$

Donde además la relación entre coeficiente de efectividad de cada fuerza estará definida por:

$$\frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Para definir el modelizado de las leyes de Lanchester, se establecerá el tiempo en que una fuerza es derrotada y la evolución del conflicto a medida que pasa en tiempo (Rodríguez Bartolome, 2020).

Para el caso de que  $X$  derrota a  $Y$ :

$$t = \frac{\operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{Y_0}{X_0} \sqrt{\frac{a}{b}}\right)}{\sqrt{ab}}$$

Mientras que para el caso de que  $Y$  derrote a  $X$ , lo hará en:





$$t = \frac{\operatorname{tgh}^{-1} \left( \frac{X_0}{Y_0} \sqrt{\frac{b}{a}} \right)}{\sqrt{ab}}$$

Hasta aquí se ha iniciado el método de apoyo a la toma de decisiones para el nivel operacional, definido en el capítulo N°1, obteniéndose el modelado matemático y la obtención de la solución general planteadas por las Ecuaciones de Lanchester como herramienta. Para avanzar se deberá validar la solución para poder implementarla como tal en caso de que los resultados sean los esperados.

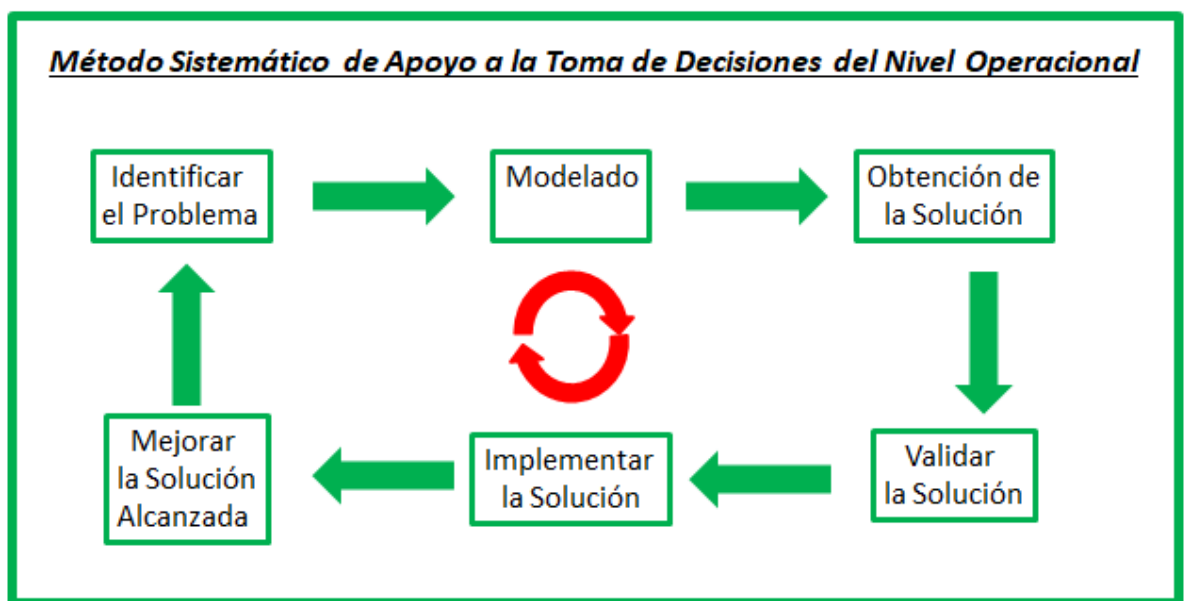


Figura N° 2: Método toma de decisiones.

Para llevar a cabo esta etapa, y considerando la gran variedad de herramientas de simulación, el mismo se llevara a cabo de manera comparativa a través de una potente herramienta más económica y conocida, Microsoft Excel (Barragans Martinez & Rodriguez, 2020), en la que aplicando el modelo al hecho bélico más reciente de nuestra historia, la Guerra de Malvinas, para así poder demostrar como el haber podido disponer de estas herramientas las decisiones podrían haber sido más eficientes.

#### Hundimiento de Atlantic Conveyor:

El día 25 de mayo de 1982 fue atacado por una escuadrilla de aeronaves Super etandard el ISS Atlantic Conveyor, siendo un ataque estratégico ya que fue un golpe certero a la



logística inglesa en el conflicto.

La asignación de coeficiente de efectividad se da de acuerdo al siguiente detalle:

<b>Factor</b>	<b>Explicación</b>	<b>Valor</b>	<b>ISS Atlantic Conveyor</b>	<b>Super Etandard</b>
<b>Anticipación (N)</b>	Capacidad de anticipación a las acciones del enemigo.	+0.2	0	0,2
<b>Armamento (W)</b>	Capacidad de los misiles	+0.1	0,1	0,1
<b>Capacidad sensores (SS)</b>	Capacidad de detección de los sensores	+0.2	0	0,2
<b>Medidas defensivas (K)</b>	Técnicas HK/SF (Evasivas en caso de aeronaves)	+0.1	0	0
<b>Adiestramiento (A)</b>	Adiestramiento de la dotación	+0.2	0,1	0,2
<b>Inteligencia (IN)</b>	Conocimiento que se tenga sobre el enemigo: posición, sensores, armamento, etc.	+0.1	0	0,1
<b>Capacidad de decisión de los mandos (OF)</b>	Velocidad y exactitud en la toma de decisiones	+0.1	0	0,1
<b>TOTAL</b>	-	1	0,2	0,9

Tabla N°1: Coeficientes de efectividad: Misión ISS Atlantic Conveyor.

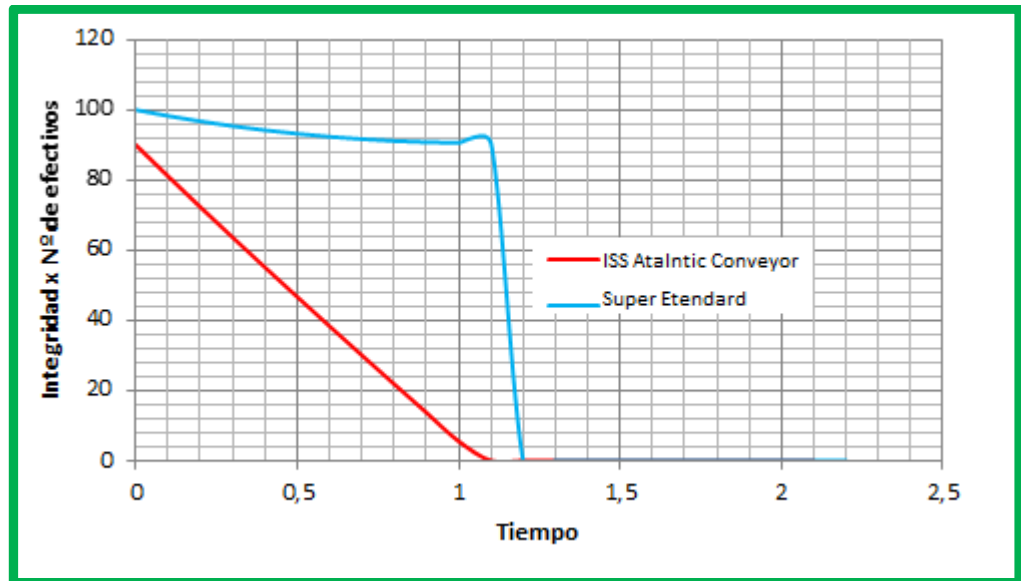


Figura N°3: Modelizado Misión ISS Atlantic Conveyor.

Se puede inferir de acuerdo al resultado, que la operación teniendo en cuenta la planificación de la operación, el factor sorpresa y la falta de reacción de las fuerzas inglesas ante tal ataque permitió el hundimiento del ISS Atlantic Conveyor.

Combate de Monte Longdon:

La **batalla de Monte Longdon** se produjo la noche del 11 hasta la madrugada del día 12 de junio de 1982 y se culminó con la victoria de las tropas británicas. Es considerada la batalla más importante del conflicto por dos razones: por cruenta, de combates cuerpo a cuerpo, y por ser punto decisivo, ya que era una posición estrategia clave de la defensa argentina en Puerto Argentino.

La asignación de coeficiente de efectividad se da de acuerdo al siguiente detalle:

Factor	Explicación	Valor	Argentina	Inglaterra
<b>Sorpresa (S)</b>	En caso de que una fuerza embosque a otra tendrá cierta ventaja.	+0.1	0,1	0,1
<b>Armamento portátil (AL)</b>	Calibre/Cadencia/Precisión/Modernidad	+0.025 por característica	0,10	0,1
<b>Armamento</b>	En caso de contar con él	+0.1	0,025	0,1



<b>pesado (AP)</b>				
<b>Capacidad defensiva (CD)</b>	Chalecos antibalas/Parapetos	+0.05 por característica	0,05	0,05
<b>Adiestramiento (A)</b>	En caso de haber recibido formación profesional	+0.2	0,05	0,2
<b>Moral (M)</b>	Confianza en la victoria	+0.1	0,05	0,1
<b>Conocimiento del terreno (CT)</b>	Conocimiento del terreno o posición elevada	+0.1	0,05	0,05
<b>Condición física (CF)</b>	Condición física adecuada para el combate sostenido	+0.1	0,05	0,1
<b>Capacidad de decisión de los mandos (OF)</b>	En caso de estar haber recibido formación específica en la toma de decisiones	+0.1	0,05	0,1
<b>TOTAL</b>	-	1	0,525	0,9

Tabla Nº 2: Asignación Coeficientes efectividad Monte Longdon.

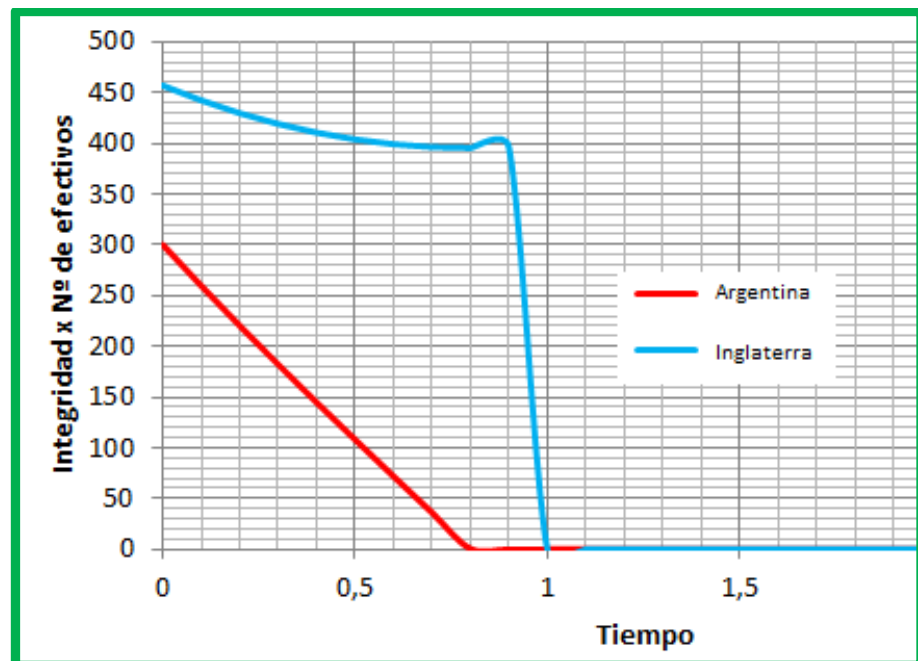


Figura Nº 4: Modelizado Combate Monte Logndon.

Claramente el resultado estima que analizando las variables del combate propuesto, el modelo permite mostrar como en un lapso de aproximadamente 8 horas el combate se resolvería a favor de Inglaterra, algo muy próximo a lo sucedido en ese entonces.



Para complementar el análisis de la batalla de Monte Longdon se efectúa una simulación en el software Wolfram (Mukherjee, 2017), un sistema más avanzado que Microsoft Excel y que puede entregar resultados similares a los obtenidos, validando la solución modelada.

En la Figura N° 5 se observa como las fuerzas argentinas de acuerdo a las variables de contorno introducidas son derrotadas aproximadamente alrededor de 12 horas después de iniciado el combate.

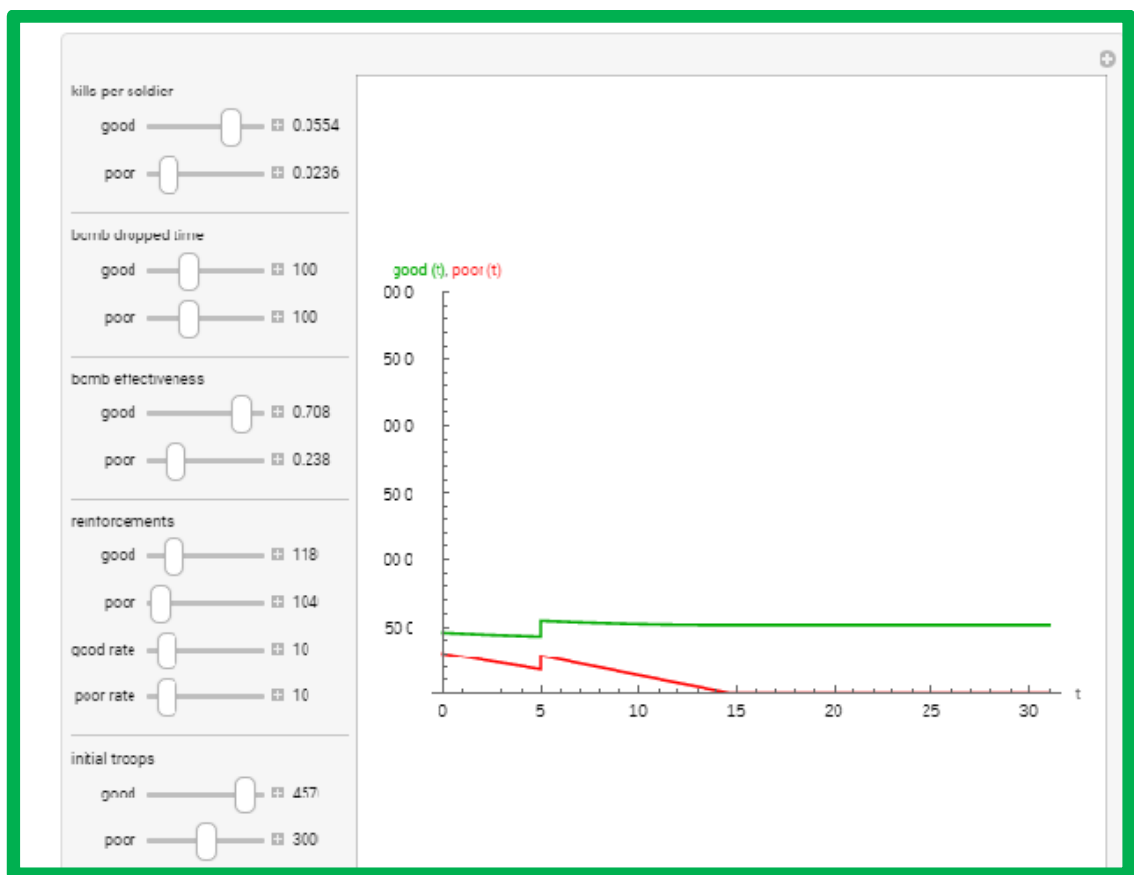


Figura N° 5: Modelizado Combate Monte Longdon Wolfram.

De este modo en el presente capítulo se ha analizado la importancia que cobra la Investigación Operativa para el desarrollo de modelos sistémicos para apoyar la toma de decisiones en el nivel operacional, y como una solución simulada permite la protección de los recursos propios.



## CONCLUSION

*“Es bien sabido, cuando se emprende cualquier cosa,  
que si no se comprende las circunstancias actuales,  
la naturaleza y sus relaciones,  
no podrás conocer las leyes que lo gobiernan,  
ni cómo hacerlo, o ser capaz de hacerlo bien”.*

***Mao Tse Tung***

Este trabajo se inició como en su título se anticipa, buscando definir la importancia que pueda tener la Aplicación de Modelos Empíricos como apoyo a las Decisiones del Comandante del Nivel Operacional, y se llevó a cabo un análisis interesante , con un estudio profundo de las ciencias duras y su relación y/o aporte que pueden hacer estas a los Decisores del Nivel Operacional en el Planeamiento dentro de los Niveles de la Guerra.

A lo largo del mismo ha quedado claramente respondida la pregunta de investigación planteada, *¿Cómo las herramientas de la investigación operativa pueden ser empleadas para apoyo a la toma de decisiones en el proceso del planeamiento operacional?*, y esto se manifiesta mediante el análisis de las ecuaciones de Lanchester (método empírico) y los ejemplos históricos analizados en el capítulo N°2.

Estos desarrollos han permitido demostrar como el complemento de las herramientas de simulación, cualquiera que ella sea, permite a la investigación operativa ser una de las variables de apoyo a las decisiones.

Este tipo de decisiones suelen ser complejas por lo que la utilización de modelos automatizados tecnológicamente permiten recrear de manera virtual el teatro de operaciones y la apreciación continua de las acciones llevadas a cabo en el mismo, llevando al decisor un elevado grado de realidad .

Claramente el trabajo desarrollado ha permitido verificar y cumplir con el Objetivo General que llevo a su desarrollo, donde se plantea identificar el efecto de aplicar modelos



matemáticos empíricos combinados con un método de simulación discreta como apoyo a las decisiones en el Planeamiento Operacional.

He aquí donde la modelización, la posterior búsqueda de la solución y la aplicación de la misma a través de herramientas de investigación operativa, le permiten a los decisores dentro de nivel operacional poder identificar y modelar:

- las capacidades del enemigo,
- Las capacidades propias.
- Evaluar las operaciones a llevar a cabo.
- Ajustar el modelo de acuerdo a los acontecimientos a medida que se avanza en las operaciones.

En tiempos en donde la profesionalización de las operaciones crece de manera exponencial, es de gran importancia poder contar con personal especializado en modelos empíricos, que permitan una mayor profundización en los modelos de cada tipo de enfrentamiento moderno para de este modo poder convertirse en parte asesora del planeamiento por efectos, utilizando la información obtenida como un asistente vital en la toma de decisiones.

El nivel operacional tiene la misión de ser el nexo entre los niveles estratégicos superiores y el nivel táctico, debe velar por la máxima explotación de los recursos tangibles e intangibles con los que cuenta el instrumento militar, optimizando su empleo. Esto se puede aplicar de manera muy sencilla con las herramientas de investigación operativa, las cuales a través de la modelización de las situaciones de manera casi real permiten minimizar los costos y los riesgos por un lado, mientras que por el otro, se maximizan las ganancias apoyando la rápida y más segura toma de decisión.

Las matemáticas como se ha presentado en el desarrollo de este trabajo, son modelos de apoyo, ya que en la guerra también existe la incertidumbre y el azar, los cuales van de la mano de la experiencia, conocimientos, e ideas del comandante decisor del nivel operacional.



La investigación llevada a cabo, analizada y detallada en los capítulos que componen a esta, muestran el correcto cumplimiento de la hipótesis inicial , donde la aplicación de un modelo matemático y su simulación le asegura al decisor analizar el sistema real bajo distintos escenarios y ver cómo será el comportamiento de los indicadores de desempeño, expuesto a distintas condiciones propuestas.

Este breve pero no menos importante estudio , permite que en un mundo donde las operaciones cambian de manera constante, y donde casi ya no existen los enfrentamientos convencionales entre dos bandos, dejar abierta la investigación para futuras líneas, donde se puedan atacar las nuevas complejidades de los problemas, para que sean modeladas y simuladas con herramientas más potentes, siendo cualitativa y cuantitativamente más eficientes, disipando la mayor cantidad posible de Niebla de las operaciones modernas, convirtiéndose en herramientas indispensables en el apoyo del decisor de Nivel Operacional.





## BIBLIOGRAFÍA

- Alejandro Kenny Coronel Omar Locatelli Teniente Coronel Leonardo Zarza, C., & Kenny, A. (2017). *Arte y Diseño Operacional*. Editorial Vision Conjunta. <http://cefadigital.edu.ar/bitstream/123456789/931/1/CAVII - AyD CA KENNY.pdf>
- Barragans Martinez, B., & Rodriguez, P. (2020). *Modelo de Memoria*. <https://mega.nz/#F!6gwnTSLQ!V4gY1VYrwZ370Elowv9DFg>
- Begoña, V. (2007). *TEORÍA DE LA DECISIÓN: Decisión con Incertidumbre, Decisión Multicriterio y Teoría de Juegos*.
- Bracken, J. (1995). Lanchester models of the Naval Research Logistics. *Naval Research Logistics*, 42, 552–577. Bracken, J. (1995). Lanchester models of the Ardennes campaign. *Naval Research Logistics*, 42, 559-577.
- Cachafeiro, A. L., & Ill, J. (1965). Ecuaciones diferenciales. In *Revista Colombiana de Matemáticas* (Vol. 7, Issue 4).
- Carnota, R., & Rodriguez, R. O. (2014). De la Investigación Operativa a la Informática. *III Simposio de Historia de La Informatica En America Latina y El Caribe, June*. [https://www.researchgate.net/publication/317638375\\_De\\_la\\_Investigacion\\_Operativa\\_a\\_la\\_Informatica](https://www.researchgate.net/publication/317638375_De_la_Investigacion_Operativa_a_la_Informatica)
- Carro, R. (2009). *Investigacion De Operaciones En Administracion*. 549.
- Castro, G. M., & Cerrada, C. (2019). *Military Operational Decision Maker based on Blocks feedback , using uncertainty techniques Decisor Estratégico Operacional Militar mediante bloques retroalimentados , utilizando técnicas de modelización de la incertidumbre*. July. <https://doi.org/10.4995/riai.xxxxxx>
- Garzón, C., & Moreno, M. (2017). Abordajes teóricos y empíricos frente al estudio de los heurísticos en la toma de decisiones económicas y financieras en el siglo XXI. *Universidad Santo Tomás*, 33.
- Hurtado Cortés, L. (2006). Modelamiento Teórico Y Modelamiento Empírico De Procesos,



- Una Síntesis. *Modelamiento Teórico Y Modelamiento Empírico De Procesos, Una Síntesis*, 2(31), 103–108. <https://doi.org/10.22517/23447214.6399>
- Kowalski, V., Enríquez, H., Santelices, I., & Erck, M. (2015). Enseñanza de algoritmos en Investigación Operativa: Un enfoque desde la formación por competencias. *Ingeniería Industrial. Actualidad y Nuevas Tendencias*, 4(5), 67–80. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=215047546008>
- Mariño, S. (2020). *COGNICIÓN EMPÍRICA EN UN CURSO DE MODELOS Y SIMULACIÓN*. 61–74.
- Martin, S. F. (1958). *Investigación operativa*. 6.
- Ministerio de Defensa, A. (2019). *PC 20-01 PLANEAMIENTO PARA LA ACCIÓN MILITAR CONJUNTA NIVEL OPERACIONAL*.
- Mukherjee, A. (2017). *Application of Lanchester Law`s*. <http://demonstrations.wolfram.com/ApplicationsOfLanchestersSquareLaw/%0AWolframDemonstrationsProject>
- Rodriguez Bartolome, P. (2020). *Aplicacion de leyes de Lanchester en Conflictos de Baja Intensidad*. Centro Universitario de la Defensa en la Escuela Naval Militar.
- Romero, J. P. (2011). *Simulacion y Modelos*.
- Silva, R. (2015). *Aplicación de la teoría de investigación operativa a las operaciones militares en el nivel estratégico operacional*. Universidad de la Defensa.
- Simon, J. (1997). *Resampling: The New Statistics*. 2. <http://www.resample.com/content/text/index.shtml>
- Soto, D. A. M. (2009). *Aplicación De Simulación Discreta Para Un Sistema De Logística Militar Basado En Casos Históricos De La Segunda Guerra Mundial*. *Universidad Del BIO-BIO*.
- Stanescu, M., Barriga, N., & Buro, M. (2015). Using lanchester attrition laws for combat prediction in starcraft. *Proceedings of the 11th AAAI Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment, AIIDE 2015, 2015-Janua*, 86–92.



Trejo, P. J. del N. J. (2013). La lógica del planeamiento operacional. *Revista Visión Conjunta*, Número 8, 27–35. [http://www.cefadigital.edu.ar/bitstream/1847939/49/1/VC8-2013\\_TREJO.pdf](http://www.cefadigital.edu.ar/bitstream/1847939/49/1/VC8-2013_TREJO.pdf)

Varona Malumbres, J. L. (1996). *MÉTODOS CLÁSICOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS* (U. de La Rioja (ed.)). Servicio de Publicaciones Logroño.

Zarza, L. A. (2011). Arte Del Diseño. In *Visión Conjunta* (Vol. 5).



## ANEXO 1

### Formula General de Lanchester

Se parte del modelo de desgaste presentado por el Ingeniero Frederick Lanchester:

$$\frac{dX}{dt} = P - aY - cX \quad [1]$$

$$\frac{dy}{dt} = Q - bY - dY \quad [2]$$

Dónde:

$X_0$  = n° de efectivos de  $X$  en el instante inicial de tiempo.

$Y_0$  = n° de efectivos de  $Y$  en el instante inicial de tiempo.

$P$  = n° de refuerzos que el bando  $X$  es capaz de llevar a la zona de operaciones en la unidad de tiempo.

$Q$  = n° de refuerzos que el bando  $Y$  es capaz de llevar a la zona de operaciones en la unidad de tiempo.

$a$  = n° de bajas que un soldado de  $Y$  es capaz de producir en el bando  $X$  por unidad de tiempo.

$b$  = n° de bajas que un soldado de  $X$  es capaz de producir en el bando  $Y$  por unidad de tiempo.

$c$  = n° de bajas que el bando  $X$  sufre por unidad de tiempo debido a deserciones, enfermedades, etc.

$d$  = n° de bajas que el bando  $Y$  sufre por unidad de tiempo debido a deserciones, enfermedades, etc.

$X = (t)$  n° de efectivos de  $X$  en el instante  $t$ .

$Y = (t)$  n° de efectivos de  $Y$  en el instante  $t$ .

Para la obtención de la Ecuación de forma general de la Ley Cuadrática de Lanchester se debe resolver un sistema de ecuaciones diferenciales, donde para agilizar el cálculo se asume que no van a recibir refuerzos en la zona de operaciones durante el desarrollo de las operaciones ( $P=Q=0$ ) y en concordancia con esto tampoco se tendrá en cuenta la atrición por causas externas ( $c=d=0$ ), entonces:



$$\frac{dX}{dt} = -aY \quad [3]$$

$$\frac{dy}{dt} = -bY \quad [4]$$

Donde [a] y [b] son los respectivos coeficientes de efectividad de cada bando.

Para la demostración se efectuara el desarrollo a partir de la ecuación [3] siendo de manera equivalente el desarrollo para la ecuación [4].

Derivando [3]:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -\frac{d}{dt} aY$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = -a \frac{dY}{dt} \quad [5]$$

De [4] se sabe que:

$$\frac{dy}{dt} = -bY$$

Colocando [4] en [5]:

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = abX$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} - abX = 0$$

Renombrando:

$$L = \frac{dX}{dt}$$

$$k = ab$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{dL}{dt} \quad [6]$$

Resolviendo por regla de la cadena resulta:



$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dX} \frac{dX}{dt}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dX} L$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dX} L = kX$$

$$\frac{dL}{dX} L = kX$$

$$LdL = kXdX$$

$$\int LdL = \int kXdX$$

$$\frac{L^2}{2} = k \frac{X^2}{2} + C_0$$

$$L^2 = kX^2 + 2C_0$$

$$L = \sqrt{kX^2 + 2C_0}$$

Así con

$$L = \frac{dX}{dt}$$

$$\frac{dX}{dt} = \sqrt{k} \sqrt{X^2 + \frac{2C_0}{k}}$$

$$dt = \frac{dX}{\sqrt{k} \sqrt{X^2 + \frac{2C_0}{k}}}$$

$$\int dt = \frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dX}{\sqrt{X^2 + \frac{2C_0}{k}}}$$

$$t + C_1 = \frac{1}{\sqrt{k}} \int \frac{dX}{\sqrt{X^2 + \left(\sqrt{\frac{2C_0}{k}}\right)^2}}$$



$$C_1 = \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}^{-1} \frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_0}}$$

$$\operatorname{senh}[(t + C_1)\sqrt{k}] = \operatorname{senh}\left(\operatorname{senh}^{-1} \frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_0}}\right)$$

$$\frac{X\sqrt{k}}{\sqrt{2C_0}} = \operatorname{senh}(t\sqrt{k})\cosh(C_1\sqrt{k}) + \cosh(t\sqrt{k})\operatorname{senh}(C_1\sqrt{k})$$

$$X = \frac{\sqrt{2C_0}}{\sqrt{k}} \left[ \operatorname{senh}(t\sqrt{k})\cosh(C_1\sqrt{k}) + \cosh(t\sqrt{k})\operatorname{senh}(C_1\sqrt{k}) \right] \quad [7]$$

Para avanzar se calculan las constantes de integración por lo que debe definir el momento de instante cuando  $t=0$ :

$$X(0) = \frac{\sqrt{2C_0}}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}(C_1\sqrt{k}) \quad [8]$$

Incluyendo entonces [8] en [7]:

$$X = \frac{\sqrt{2C_0}}{\sqrt{k}} \operatorname{senh}(t\sqrt{k})\cosh(C_1\sqrt{k}) + X_0 \cosh(t\sqrt{k}) \quad [9]$$

Entonces para resolver [3] se debe derivar [9]:

$$\frac{dX}{dt} = -aY \quad [3]$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\sqrt{2C_0}}{\sqrt{k}} \cosh(t\sqrt{k})\cosh(C_1\sqrt{k})\sqrt{k} + X_0 \operatorname{senh}(t\sqrt{k})\sqrt{k}$$

$$-aY = \frac{\sqrt{2C_0}}{\sqrt{k}} \cosh(t\sqrt{k})\cosh(C_1\sqrt{k})\sqrt{k} + X_0 \operatorname{senh}(t\sqrt{k})\sqrt{k}$$



$$Y = -\frac{1}{a} \frac{\sqrt{2C_0}}{\sqrt{k}} \cosh(t\sqrt{k}) \cosh(C_1\sqrt{k})\sqrt{k} - \frac{X_0}{a} \sinh(t\sqrt{k})\sqrt{k} \quad [10]$$

Nuevamente para el instante  $t=0$ , resulta que  $Y(0)$ :

$$Y(0) = -\frac{\sqrt{2C_0}}{a} \cosh(C_1\sqrt{k}) \quad [11]$$

Ahora sustituyendo [11] en la ecuación [9] y resolviendo:

$X(t)$  multiplicado por  $-\frac{a}{a}$

$$X = -\frac{a}{\sqrt{k}} \frac{\sqrt{2C_0}}{a} \sinh(t\sqrt{k}) \cosh(C_1\sqrt{k}) + X_0 \cosh(t\sqrt{k})$$

$$X = -\frac{a}{\sqrt{k}} Y_0 \sinh(t\sqrt{k}) + X_0 \cosh(t\sqrt{k}) \quad [12]$$

Asumiendo el cambio de variables presentado al comienzo,  $k=ab$ , tenemos

$$X = -\frac{a}{\sqrt{ab}} Y_0 \sinh(t\sqrt{ab}) + X_0 \cosh(t\sqrt{ab}) \quad [13]$$

De este modo reordenando los términos, se obtiene la ecuación general de desgaste para la Ley cuadrática de Lanchester que permite estimar la cantidad de soldados del ejército  $X$  para cada instante de tiempo,  $t$ :

$$X = X_0 \cosh(t\sqrt{ab}) - Y_0 \sqrt{\frac{a}{b}} \sinh(t\sqrt{ab})$$





Como se mencionó inicialmente de manera análoga se efectúa el mismo desarrollo del cálculo para obtener la cantidad de soldados del ejército Y en cada momento de tiempo t, la cual queda definida por:

$$Y = Y_0 \cosh(t\sqrt{ab}) - X_0 \sqrt{\frac{b}{a}} \sinh(t\sqrt{ab})$$

Para definir la evolución temporal de cada ejército se debe asumir el momento en que cada ejército quede derrotado completamente, es decir que :

$$X = 0$$

$$Y = 0$$

Quedando entonces para el caso en que el ejército X derrota al Y:

$$t = \frac{\operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{Y_0 \sqrt{a}}{X_0 \sqrt{b}}\right)}{\sqrt{ab}}$$

Mientras que para el caso en que el ejército Y derrota al X:

$$t = \frac{\operatorname{tgh}^{-1}\left(\frac{X_0 \sqrt{b}}{Y_0 \sqrt{a}}\right)}{\sqrt{ab}}$$